

学習日 月 日 年 組 番 氏名

1 次の式を展開しなさい。

$$(a + b)(c + d) = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$$

2 乗法公式1～4を書きなさい。

1  $(x + a)(x + b)$

=  $\underline{\hspace{4cm}}$

2  $(x + a)^2 = \underline{\hspace{4cm}}$

3  $(x - a)^2 = \underline{\hspace{4cm}}$

4  $\underline{\hspace{4cm}} = x^2 - a^2$

3 次の問いに答えなさい。

(1) ①～④にあてはまる式やことばを書きなさい。

$$x^2 + 4x + 3 \begin{matrix} \xrightarrow{\text{③}} \\ \xleftarrow{\text{①}} \end{matrix} (\text{①} \underline{\hspace{1cm}}) (\text{②} \underline{\hspace{1cm}})$$

④  $\underline{\hspace{2cm}}$

(2) 多項式  $6x^2 - 3xy$  を因数分解するとき、次の下線部にあてはまる式を入れなさい。

2つの項の共通因数は  $\underline{\hspace{2cm}}$  だから、

$$6x^2 - 3xy$$

=  $\underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$

=  $\underline{\hspace{1cm}} (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})$

4 次の下線部にあてはまる式を入れなさい。

(1) 3つの続いた整数があります。  
 中央の整数を  $n$  とすると、  
 $\underline{\hspace{1cm}}$ ,  $n$ ,  $\underline{\hspace{1cm}}$  と表すことができる。

(2) 2けたの自然数の十の位を  $x$ ,  
 一の位を  $y$  とすると、  
 $\underline{\hspace{2cm}}$  と表すことができる。

(3) 2つの続いた奇数は、整数  $n$  を使って  
 $\underline{\hspace{1cm}}$ ,  $\underline{\hspace{1cm}}$  などと表すことができる。  
 2つの続いた偶数も、整数  $n$  を使って  
 $\underline{\hspace{1cm}}$ ,  $\underline{\hspace{1cm}}$  などと表すことができる。

5 次の計算をしなさい。

(1)  $-2a(3a - 5b)$

(2)  $(15a^2 - 12ab + 6a) \div (-3a)$

(3)  $(3a^2b - 6ab) \div \frac{3}{4}ab$

(4)  $2x(x + 3) - 3x(x - 4)$

6 次の式を展開しなさい。

(1)  $(2a - 5)(3a + 5)$

(2)  $(x - 2y + 5)(2x - y)$

(3)  $(x - 7)(x + 8)$

(4)  $(x + 2)^2$

(5)  $(y - 8)^2$

(6)  $(x - 4)(x + 4)$

(7)  $(4x - 3)(4x + 3)$

(8)  $\left(\frac{2}{3}x - \frac{y}{2}\right)^2$

(9)  $(x + y - 3)(x + y - 2)$

(10)  $(2x + 3y)^2 - (x - 5y)(x + 5y)$

7 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $10x^2 - 5xy$

(2)  $a^2 - a - 20$

(3)  $x^2 - 18x + 81$

(4)  $y^2 - 64$

(5)  $a^2 + 22a + 121$

(6)  $-3x^2 + 3x + 36$

(7)  $50a^2b - 32bc^2$

(8)  $4x^2 - 28x + 49$

(9)  $(x + y)^2 - 10(x + y) + 25$

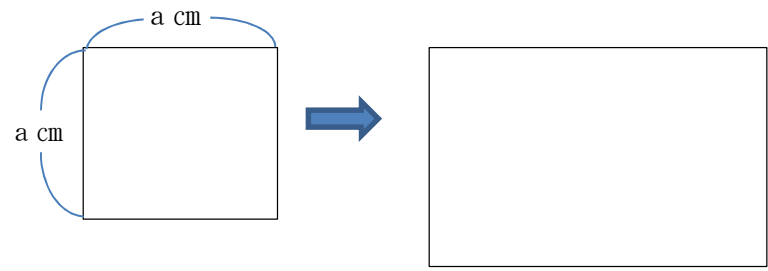
(10)  $(3a - 1)^2 - (2a + 3)^2$

(11)  $xy - 5x - 2(y - 5)$

8 あるテストで太郎さんは、 $(2x - 3)^2$ を次のように展開しましたが、まちがっていました。正しく計算しなおし、まちがったところを指摘しなさい。

$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 6x + 9$

9 一辺の長さが  $a$  cm の正方形の縦を 2 cm、横を 3 cm のばして長方形をつくりました。そのとき次の問いに答えなさい。



(1) 長方形の縦と横の長さを式で表しなさい。

縦 ( ) cm, 横 ( ) cm

(2) 長方形の面積を展開された形で表しなさい。

答  
(3) 長方形の面積は、もとの正方形の面積より何 $\text{cm}^2$ 大きくなったか求めなさい。

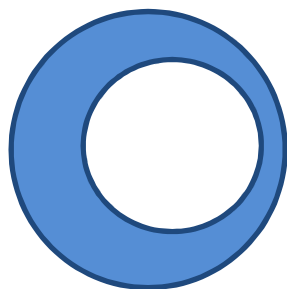
答  
10 次の数を展開や因数分解を利用して計算しなさい。ただし、途中の計算も書きなさい。

(1)  $101^2$

(2)  $9.8 \times 10.2$

11  $a = 9$ ,  $b = 12$  のとき、 $4a^2 + 4ab + b^2$  の値を求めなさい。

- 12 半径 64 cm と半径 36 cm の 2 つの円があります。2 つの円にはさまれた、かげをつけた部分の面積を、展開や因数分解を利用して求めなさい。ただし、途中の式も書きなさい。



答

- 13 美咲さんとさくらさんは、2 つの続いた整数で、大きい方の数の平方から小さい方の数の平方をひいた差について、次のような会話をしていました。(1)～(4)の問いに答えなさい。

美咲さん 「2 つの続いた整数で、大きい方の整数の平方から小さい方の整数の平方をひいた差には、どんな関係があるのかな。」

さくらさん 「奇数になるかも。でも自信がないなあ。」

美咲さん 「じゃ、具体的に整数を使って確かめようよ。」

1 と 2 のとき、 $2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$

2 と 3 のとき、 $3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$

3 と 4 のとき、 $4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$

4 と 5 のとき、 $5^2 - 4^2 = 25 - 16 =$

5 と 6 のとき、 (1)

さくらさん 「やっぱり、奇数になった！」

- (1) 5 と 6 のときも奇数になるか確かめなさい。

- (2) 2 つの続いた整数で、大きい方の整数の平方から小さい方の整数の平方をひいた差は奇数になることを、小さい方の整数を  $n$  として証明しなさい。

二人の会話は続きました。

美咲さん 「整数がもっと大きな整数になったら、因数分解を利用して簡単に計算ができるね。やってみよう。」

$$\begin{aligned} 9 \text{ と } 10 \text{ のとき} \quad & 10^2 - 9^2 = (10+9)(10-9) \\ & \qquad \qquad \qquad = 19 \times 1 \\ & \qquad \qquad \qquad = 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 99 \text{ と } 100 \text{ のとき} \quad & 100^2 - 99^2 = \quad (3) \\ & = \\ & = \end{aligned}$$

さくらさん 「結果は奇数になるね。因数分解を利用すると大きな数でも簡単に計算できるね。」

美咲さん 「あれっ…そうか。もう一つの間係を見つけたよ！」

- (3) 99 と 100 のときの計算を、因数分解を利用して計算しなさい。ただし、途中の計算も書きなさい。

- (4) 美咲さんは、最後にどんなことに気づいたのでしょうか。

- (5) (4) で美咲さんが気づいたことが成り立つことを、小さい方の数を  $n$  として証明しなさい。

1

$$(a+b)(c+d) = \underbrace{ac}_{\text{①}} + \underbrace{ad}_{\text{②}} + \underbrace{bc}_{\text{③}} + \underbrace{bd}_{\text{④}}$$

虹のかけ算を覚えているかな。一番初めに学習した展開の方法だね。



2

1  $(x+a)(x+b) = \underbrace{x^2}_{\text{和}} + \underbrace{(a+b)x}_{\text{積}} + a b$

2  $(x+a)^2 = \underbrace{x^2}_{\text{2倍}} + \underbrace{2ax}_{\text{2乗}} + a^2$

3  $(x-a)^2 = \underbrace{x^2}_{\text{2倍}} - \underbrace{2ax}_{\text{2乗}} + a^2$

4  $\underline{(x+a)(x-a)} = x^2 - a^2$   
項の数は2つ

3 (1)

③ 因数分解

$$x^2 + 4x + 3 \rightleftharpoons \text{① } (x+1) \text{ ② } (x+3)$$

④ 展開 ①, ②が逆でも正解

(2)  $6x^2 - 3xy = \underline{3} \times 2 \times \underline{x} \times x - \underline{3} \times \underline{x} \times y$   
2つの項の共通因数は 3x だから、

$$6x^2 - 3xy = \underline{3x} \times \underline{2x} - \underline{3x} \times \underline{y}$$

$$= \underline{3x} (\underline{2x} - \underline{y})$$

4

- (1) 3つの続いた整数があります。中央の整数をnとすると、  
n-1, n, n+1 と表すことができる。
- (2) 2けたの自然数の十の位をx, 一の位をyとすると、  
10x+y と表すことができる。
- (3) 2つの続いた奇数は、整数nを使って  
2n-1, 2n+1 などと表すことができる。  
(2n+1, 2n+3なども可)
- 2つの続いた偶数も、整数nを使って  
2n, 2n+2 などと表すことができる。  
(2n-2, 2nなども可)

5

(1)  $-2a(3a-5b)$   
 $= -2a \times 3a - 2a \times (-5b)$   
 $= -6a^2 + 10ab$

(2)  $(15a^2 - 12ab + 6a) \div (-3a)$   
 $= \frac{\overset{5}{\cancel{15}} \times \overset{1}{\cancel{a}} \times \overset{1}{\cancel{a}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{a}} \times \underset{1}{\cancel{a}}} + \frac{\overset{4}{\cancel{12}} \times \overset{1}{\cancel{a}} \times \overset{1}{\cancel{b}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{a}} \times \underset{1}{\cancel{a}}} - \frac{\overset{2}{\cancel{6}} \times \overset{1}{\cancel{a}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{a}}}$   
 $= -5a + 4b - 2$

分数のわり算は、逆数をかければよかったね。

(3)  $(3a^2b - 6ab) \div \frac{3}{4}ab$   
 $= (3a^2b - 6ab) \times \frac{4}{3ab}$   
 $= \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \times \overset{1}{\cancel{a}} \times \overset{1}{\cancel{a}} \times \overset{1}{\cancel{b}} \times 4}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{a}} \times \underset{1}{\cancel{b}}} - \frac{\overset{2}{\cancel{6}} \times \overset{1}{\cancel{a}} \times \overset{1}{\cancel{b}} \times 4}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{a}} \times \underset{1}{\cancel{b}}}$   
 $= 4a - 8$



(4)  $2x(x+3) - 3x(x-4)$   
 $= 2x^2 + 6x - 3x^2 + 12x$   
 $= 2x^2 - 3x^2 + 6x + 12x$   
 $= -x^2 + 18x$

6

(1)  $(2a-5)(3a+5)$   
 $= 6a^2 + 10a - 15a - 25$   
 $= 6a^2 - 5a - 25$

注：同類項があるね

(2)  $(x-2y+5)(2x-y)$   
 $= 2x^2 - 4xy + 10x - xy + 2y^2 - 5y$   
 $= 2x^2 - 5xy + 2y^2 + 10x - 5y$

(3)  $(x-7)(x+8)$   
 $= x^2 + \{(-7)+8\}x + (-7) \times 8$   
 $= x^2 + x - 56$

(4)  $(x+2)^2$   
 $= x^2 + 2 \times 2 \times x + 2^2$   
 $= x^2 + 4x + 4$

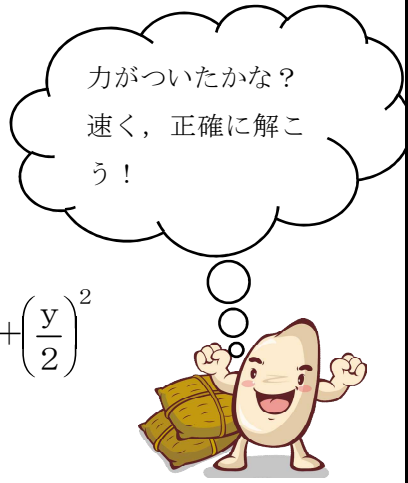
(5)  $(y-8)^2$   
 $= y^2 - 2 \times 8 \times y + 8^2$   
 $= y^2 - 16y + 64$

(6)  $(x-4)(x+4)$   
 $= x^2 - 4^2$   
 $= x^2 - 16$

(7)  $(4x-3)(4x+3)$   
 $= (4x)^2 - 3^2$   
 $= 16x^2 - 9$

(8)  $\left(\frac{2}{3}x - \frac{y}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{2}{3}x\right)^2 - 2 \times \frac{y}{2} \times \left(\frac{2}{3}x\right) + \left(\frac{y}{2}\right)^2$   
 $= \frac{4}{9}x^2 - \frac{2}{3}xy + \frac{y^2}{4}$



(9)  $(x+y-3)(x+y-2)$   
 $x+y=A$ とおく  
 $= A^2 + \{-3+(-2)\}A - 3 \times (-2)$   
 $= A^2 - 5A + 6$   
 $= (x+y)^2 - 5(x+y) + 6$   
 $= x^2 + 2xy + y^2 - 5x - 5y + 6$

(10)  $(2x+3y)^2 - (x-5y)(x+5y)$   
 $= (2x)^2 + 2 \times 3y \times 2x + (3y)^2 - \{x^2 - (5y)^2\}$   
 $= 4x^2 + 12xy + 9y^2 - (x^2 - 25y^2)$   
 $= 4x^2 + 12xy + 9y^2 - x^2 + 25y^2$   
 $= 3x^2 + 12xy + 34y^2$

7

(1)  $10x^2 - 5xy$  共通因数でくくる  
 $= 2 \times 5 \times x \times x - 5 \times x \times y$   
 $= 5x \times 2x - 5x \times y$   
 $= 5x(2x - y)$

(2)  $a^2 - a - 20$

考え方

2つの数の積が-20となる数の組のうち、和が-1になるのは4と-5だから公式1'を使う。

$a^2 - a - 20$   
 $= (a+4)(a-5)$

(3)  $x^2 - 18x + 81$   
 $= x^2 - 2 \times 9 \times x + 9^2$   
 $= (x-9)^2$

(4)  $y^2 - 64$   
 $= y^2 - 8^2$   
 $= (y+8)(y-8)$

(5)  $a^2 + 22a + 121$   
 $= a^2 + 2 \times 11 \times a + 11^2$   
 $= (a+11)^2$

(6)  $-3x^2 + 3x + 36$   
 $= -3(x^2 - x - 12)$   
 $= -3(x+3)(x-4)$

共通因数-3でくくる  
 公式1'で因数分解する

(7)  $50a^2b - 32bc^2$   
 $= 2b(25a^2 - 16c^2)$   
 $= 2b(5a+4c)(5a-4c)$

共通因数4bでくくる  
 公式4'で因数分解する

(8)  $4x^2 - 28x + 49$   
 $= (2x)^2 - 2 \times 7 \times 2x + 7^2$   
 $= (2x-7)^2$

公式3'で因数分解する

(9)  $(x+y)^2 - 10(x+y) + 25$   
 $x+y=A$ とおく  
 $= A^2 - 10A + 25$   
 $= A^2 - 2 \times 5 \times A + 5^2$   
 $= (A-5)^2$   
 $= (x+y-5)^2$

(10)  $(3a-1)^2 - (2a+3)^2$   
 $3a-1=X, 2a+3=Y$ とおく  
 $= X^2 - Y^2$   
 $= (X+Y)(X-Y)$   
 $= \{(3a-1)+(2a+3)\} \{(3a-1)-(2a+3)\}$   
 $= (3a-1+2a+3)(3a-1-2a-3)$   
 $= (5a+2)(a-4)$

(11)  $xy - 5x - 2(y-5)$   
 $= x(y-5) - 2(y-5)$   
 $y-5=M$ とおく  
 $= xM - 2M$   
 $= M(x-2)$   
 $= (y-5)(x-2)$

7の問題では、( ) ( )  
 の中の項が逆でも正解  
 例えば  
 $(2)(a-5)(a+4)$ でも  
 正解

8

太郎さんの計算

$(2x-3)^2 = 4x^2 - 6x + 9$

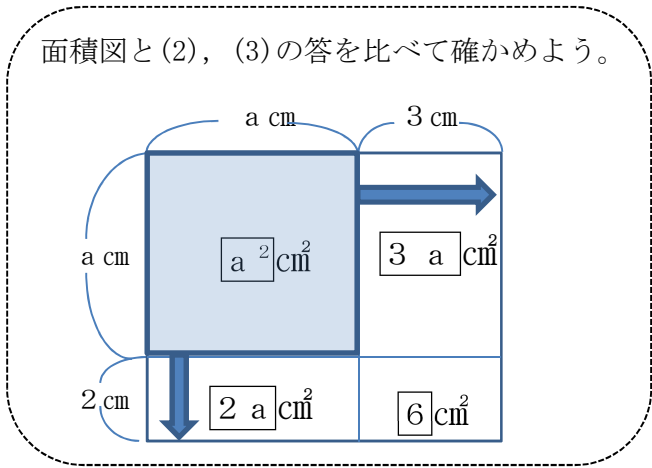
解答例

$(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 3 \times 2x + 3^2$   
 $= 4x^2 - 12x + 9$

正しいxの項の係数は-12であるが、xの項の係数を-6と書き、まちがった。

9

- (1) 縦 $(a+2)$ cm, 横 $(a+3)$ cm
- (2) 長方形の縦は $(a+2)$ cm, 横は $(a+3)$ cmだから  
 $(a+2)(a+3) = a^2 + (2+3)a + 2 \times 3$   
 $= a^2 + 5a + 6$   
 答  $(a^2 + 5a + 6) \text{ cm}^2$
- (3) (長方形の面積) - (もとの正方形の面積)  
 $= (a^2 + 5a + 6) - a^2$   
 $= a^2 + 5a + 6 - a^2$   
 $= 5a + 6$       答  $(5a + 6) \text{ cm}^2$



10

- (1)  $101^2$   
 $= (100+1)^2$   
 $= 100^2 + 2 \times 1 \times 100 + 1^2$   
 $= 10000 + 200 + 1$   
 $= 10201$
- (2)  $9.8 \times 10.2$   
 $= (10+0.2)(10-0.2)$   
 $= 100 - 0.04$   
 $= 99.96$

11

$$4a^2 + 4ab + b^2 \quad \boxed{\text{公式2'で因数分解して}}$$

$$= (2a)^2 + 2 \times b \times 2a + b^2$$

$$= (2a+b)^2 \quad \boxed{a=9, b=12 \text{を代入して}}$$

$$= (2 \times 9 + 12)^2$$

$$= (18+12)^2$$

$$= 30^2$$

$$= 900$$

12

(大きい方の円の面積) - (小さい方の円の面積)

$$= \pi \times 64^2 - \pi \times 36^2$$

$$= 64^2 \pi - 36^2 \pi \quad \boxed{\text{共通因数}\pi\text{でくくる}}$$

$$= \pi (64^2 - 36^2) \quad \boxed{\text{公式4'で因数分解して}}$$

$$= \pi (64+36)(64-36)$$

$$= \pi \times 100 \times 28$$

$$= 2800 \pi \quad \text{答 } 2800 \pi \text{ cm}^2$$

13

- (1)  $6^2 - 5^2 = 36 - 25$   
 $= 11$
- (2) 小さい方の整数を $n$ とすると  
 2つの続いた整数は $n, n+1$ と表される。  
 大きい方の整数の平方から小さい方の整数の平方をひいた差は  
 $(n+1)^2 - n^2$   
 $= n^2 + 2n + 1 - n^2$   
 $= 2n + 1$   
 となる。 $n$ は整数だから、2つの続いた整数で、大きい方の整数の平方から小さい方の整数の平方をひいた差は奇数になる。
- (3)  $100^2 - 99^2$   
 $= (100+99)(100-99)$   
 $= 199 \times 1$   
 $= 199$
- (4) 2つの続いた整数で、大きい方の整数の平方から小さい方の整数の平方をひいた差は、2つの続いた整数の和に  
 しい。
- (5) 小さい方の整数を $n$ とすると  
 2つの続いた整数は $n, n+1$ と表される。  
 大きい方の整数の平方から小さい方の整数の平方をひいた差は  
 $(n+1)^2 - n^2$   
 $n+1 = A$ とおく  
 $= A^2 - n^2$   
 $= (A+n)(A-n)$   
 $= \{(n+1)+n\} \{(n+1)-n\}$   
 $= (n+1+n)(n+1-n)$   
 $= (n+1+n) \times 1$   
 $= n+1+n$   
 $= (n+1)+n$   
 よって、2つの続いた整数で、  
 大きい方の整数の平方から小さい方の整数の平方をひいた差は、2つの整数の和になる。

別解

(2)より 大きい方の整数の平方から小さい方の整数の平方をひいた差は  $2n+1$  だから  
 $2n+1$   
 $= n+1+n$   
 $= (n+1)+n$   
 よって、2つの続いた整数で、  
 大きい方の整数の平方から小さい方の整数の平方をひいた差は、2つの整数の和になる。

チャレンジ問題

1 次の計算をなさい。

(1)  $(x - y + 5)(x + y - 5)$

(2)  $2(a - 2b)^2 - 3(2a - 5b)(3a + 5b)$

2 次の  にあてはまる式を入れなさい。

$(x + y)^2 - \text{} = x^2 + y^2$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $xy - 2y - 3x + 6$

(2)  $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12$

4 次の問いに答えなさい。

(1)  $x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y$  を因数分解しなさい。

(2) (1) で因数分解した式で、 $x - y = 33$  のときの式の値を求めなさい。

チャレンジ問題 解答・解説

1 (1)  $(x - y + 5)(x + y - 5)$   
 $= \{x - (y - 5)\} \{x + (y - 5)\}$   
 $= x^2 - (y - 5)^2$   
 $= x^2 - (y^2 - 10y + 25)$   
 $= x^2 - y^2 + 10y - 25$

(2)  $2(a - 2b)^2 - 3(2a - 5b)(3a + 5b)$   
 $= 2(a^2 - 4ab + 4b^2) - 3(6a^2 + 10ab - 15ab - 25b^2)$   
 $= 2(a^2 - 4ab + 4b^2) - 3(6a^2 - 5ab - 25b^2)$   
 $= 2a^2 - 8ab + 8b^2 - 18a^2 + 15ab + 75b^2$   
 $= -16a^2 + 7ab + 83b^2$

2  $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$  だから、 にあてはまる数は  $x^2 + 2xy + y^2 - \text{} = x^2 + y^2$  答  $2xy$

3 (1)  $xy - 2y - 3x + 6$   
 $= y(x - 2) - 3(x - 2)$   
 $x - 2 = M$  とおく  
 $= yM - 3M$   
 $= M(y - 3)$   
 $= (x - 2)(y - 3)$

(2)  $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12$   
 $x^2 + x = A$  とおく  
 $= A^2 - 8A + 12$   
 $= (A - 6)(A - 2)$   
 $= (x^2 + x - 6)(x^2 + x - 2)$   
 $= (x - 2)(x + 3)(x - 1)(x + 2)$

4 (1)  $x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y$   
 $= (x - y)^2 - 3(x - y)$   
 $= A^2 - 3A$   
 $= A(A - 3)$   
 $= (x - y)(x - y - 3)$

(2)  $(x - y)(x - y - 3)$   
 $x - y = 33$  を代入して  
 $= 33(33 - 3)$   
 $= 33 \times 30$   
 $= 990$