

－平方根の考えを使って、2次方程式の解を求める公式をつくろう－ p.70

学習日 月 日

年 組 番 氏名

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ は、両辺を x^2 の係数 a でわれば、 $x^2 + px + q = 0$ の形になり、No. 3で学習したように、平方の形になおして解くことができる。2次方程式 $2x^2 + 5x + 1 = 0$ の解き方にならって、2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ を解いてみよう。

① 2次方程式 $2x^2 + 5x + 1 = 0$ を解きなさい。

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ (p.70)

② 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ を解きなさい。

$ax^2 + bx + c = 0$ (p.70)

x^2 の係数を1にするために、両辺を x^2 の係数でわると

$\frac{2x^2}{\square} + \frac{5x}{\square} + \frac{1}{\square} = \frac{0}{\square}$

$x^2 + \frac{5}{2}x + \square = 0$

$x^2 + \frac{5}{2}x = \square$

$\frac{ax^2}{\square} + \frac{bx}{\square} + \frac{c}{\square} = \frac{0}{\square}$

$x^2 + \frac{b}{a}x + \square = 0$

$x^2 + \frac{b}{a}x = \square$

数の項を移項して

両辺に、 x の係数の $\frac{1}{2}$ の2乗を加えると

x の係数 $\frac{5}{2}$ の $\frac{1}{2}$ の2乗は $(\frac{5}{2} \times \frac{1}{2})^2 = (\frac{5}{4})^2$

$x^2 + \frac{5}{2}x + (\frac{5}{4})^2 = \square + (\frac{5}{4})^2$

$x^2 + \frac{5}{2}x + (\frac{5}{4})^2 = -\frac{\square}{16} + \frac{25}{16}$

$(x + \square)^2 = \frac{17}{16}$

$x + \square = \pm \sqrt{\frac{17}{16}}$

$x + \square = \pm \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{16}}$

$x + \square = \pm \frac{\sqrt{17}}{4}$

$x = -\square \pm \frac{\sqrt{17}}{4}$

$x = \square$

x の係数 \square の $\frac{1}{2}$ の2乗は $(\square \times \frac{1}{2})^2 = (\square)^2$

$x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 = \square + (\frac{b}{2a})^2$

$x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 = -\frac{\square}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$

$(x + \frac{\square}{2a})^2 = \frac{b^2 - \square}{4a^2}$

$x + \frac{\square}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$

$x + \frac{\square}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}}$

$x + \frac{\square}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\square}$

$x = -\frac{\square}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\square}$

$x = \square$

左辺を平方の形にすると

平方根の考えから

③ ②から2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ は $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ① と導くことができた。

①の式を、2次方程式の \square という。

解の公式を2回書きなさい。 $x = \square$, $x = \square$

1

$$2x^2 + 5x + 1 = 0$$

両辺を x^2 の係数 2 でわる

$$\frac{2x^2}{2} + \frac{5x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{0}{2}$$

$$x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 + \frac{5}{2}x = -\frac{1}{2}$$

x の係数 $\frac{5}{2}$ の $\frac{1}{2}$ の 2 乗は $\left(\frac{5}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$

$$x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{8}{16} + \frac{25}{16}$$

$$\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{17}{16}$$

$$x + \frac{5}{4} = \pm \sqrt{\frac{17}{16}}$$

$$x + \frac{5}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{16}}$$

$$x + \frac{5}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{4}$$

$$x = -\frac{5}{4} \pm \frac{\sqrt{17}}{4}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

2

$$ax^2 + bx + c = 0$$

x^2 の係数を 1 にするために、両辺を x^2 の係数でわると

両辺を x^2 の係数 a でわる

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

数の項を移項して

両辺に、x の係数の $\frac{1}{2}$ の 2 乗を加えると

x の係数 $\frac{b}{a}$ の $\frac{1}{2}$ の 2 乗は $\left(\frac{b}{a} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$$

左辺を平方の形にすると

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3 2 から 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ は $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ① と導くことができた。

① の式を、2 次方程式の **解の公式** という。

解の公式を 2 回書きなさい。 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$