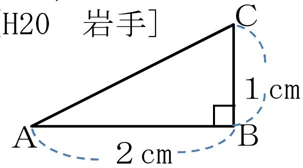
数学Ｇアップシート　３年第６章　三平方の定理(13)　　　　　　　　　　３年６章　Ｎｏ．13
－入試問題が解けるようになろう②－

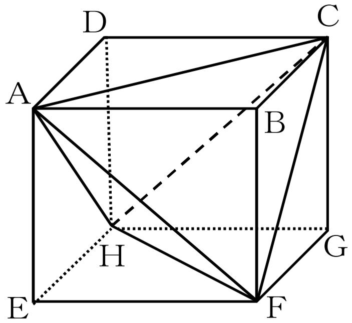
学習日　　　月　　　日　　　　年　　　組　　　番 氏名

1　次の図の直角三角形で，辺ＡＣの長さ求めなさい。　[H20　岩手]



答

2　次の図のように，１辺の長さが６cmの立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨがあります。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。
[H20　岩手]



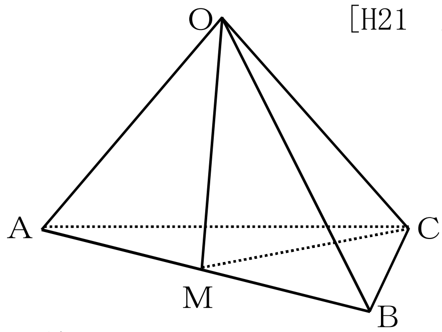
(1)　立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨの体積は四面体ＣＦＧＨの体積の何倍ですか。

答

(2)　四面体ＡＣＦＨの体積を求めなさい。

答

3　次の図は，ＯＡ＝ＯＢ＝ＯＣ＝５cm，ＡＢ＝６cm，ＡＣ＝ＢＣ＝$3\sqrt{2}$ cmの四面体ＯＡＢＣです。また，点Ｍは，辺ＡＢの中点です。このとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。
[H21　岩手]



(1)　線分ＯＭの長さを求めなさい。

答

(2)　∠ＯＭＣの大きさを求めなさい。

答

(3)　辺ＯＣ上を動く点Ｐがあります。△ＰＡＢの面積が最も小さくなるとき，その面積を求めなさい。

答

　＜解答・解説＞

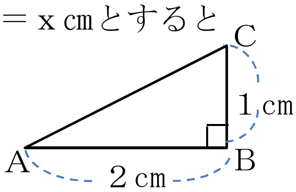
1　斜辺はACで，AC＝x cmとすると
三平方の定理より

$x^2 = 2^2 + 1^2$

$x^2 = 5$

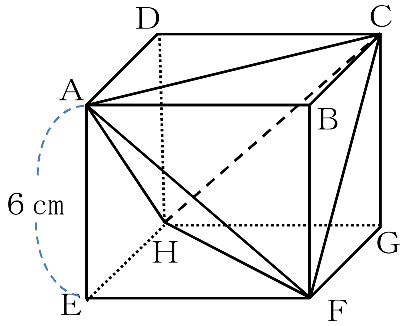
$x > 0$ であるから

$x = \sqrt{5}$



答　$\sqrt{5}$ cm

2



(1)　立方体ABCD－EFGHの体積は

$6 \times 6 \times 6 = 216$ cm³

四面体CFGHの体積は△CGFを底面，HG＝6 cmを高さとすると

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times 6 = 36 \text{ cm}^3$$

よって　216 : 36＝6 ： 1 であるから6倍になる。　　答　6倍

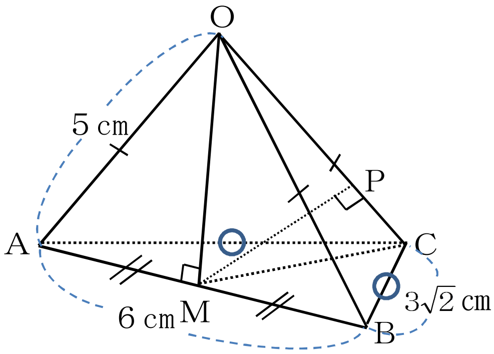
(2)　四面体ACFHは，立方体ABCD－EFGHの体積から同じ体積の四面体AEFH，ABCF，CFGH，ACDHを取り除けばよい。

(1)から四面体CFGHは立方体の体積の $\frac{1}{6}$ であるから，四面体ACFHの体積は，立方体の体積の

$\left(1 - 4 \times \frac{1}{6}\right) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ になる。

よって，$216 \times \frac{1}{3} = 72$　　答　72 cm³

3



(1)　△OABは二等辺三角形で，MはABの中点であるから，△OAMはOAを斜辺とする直角三角形である。

OM＝x cmとすると三平方の定理より

$x^2 + 3^2 = 5^2$

$x^2 = 25 - 9 = 16$

$x > 0$ より

$x = 4$

辺の比が3 ： 4 ： 5になることに気付いたら，OM＝4 cm とすぐ答がわかりますね。

答　4 cm

(2)　△CABは辺の比が1 ： 1 ： $\sqrt{2}$ となっているから，直角二等辺三角形である。また，MはABの中点だから，△MBCも直角二等辺三角形である。

よって，BM＝CM＝3 cm

OC＝5 cm，(1)よりOM＝4 cmで

$OM^2 + CM^2 = OC^2$ が成り立つから，△OMCはOCを斜辺とする直角三角形になる。したがって

∠OMC＝90°　　答　90°

(3)　△PABはPA＝PBの二等辺三角形で，PMが最小のとき面積も最小になる。PMが最小となるのはPM⊥OCとなるときで，△CMP∽△COMとなるから，CM : MP＝CO : OM

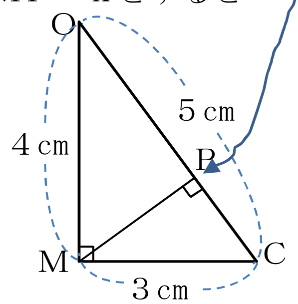
CO＝5，(1)よりOM＝4，

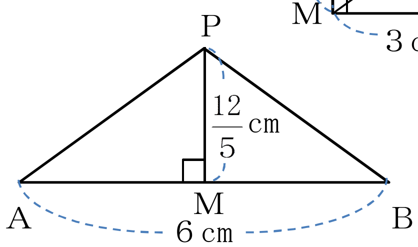
(2)よりCM＝3，MP＝x とすると

$3 : x = 5 : 4$

$5x = 12$

$x = \frac{12}{5}$





したがって，△PABの面積は

$\frac{1}{2} \times 6 \times \frac{12}{5} = \frac{36}{5}$　　答　$\frac{36}{5}$ cm²

7.2 cm も可